MODELO NEOCLASICO CON CAPITAL HUMANO

MODELO

$$Y = K^{\alpha}\left(AH\right)^{1-\alpha}$$
$$H = e^{\psi u} N$$
$$\dot{K} = sY - \delta K$$

H = capital humano.
u = años de educación de la población activa.
ψ = elasticidad del aumento del capital humano respecto a aumentos en años de educación.

Definiendo:

$$h \equiv e^{\psi u}\,; \quad \tilde{y} \equiv \frac{Y}{AN}\,; \quad \tilde{k} \equiv \frac{K}{AN}$$

Se obtiene:

$$\tilde{y} = \tilde{k}^{\alpha} h^{1-\alpha}$$
$$\dot{\tilde{k}} = s\tilde{k}^{\alpha} h^{1-\alpha} - \left(n + \delta + g\right)\tilde{k} \quad \textit{ecuacion dinamica}$$

ESTADO ESTACIONARIO

En EE $\Rightarrow$ $\dot{\tilde{k}} = 0$

(Comprobar igual que en Apéndice A de “SOLOW”)

Luego, de la ecuación dinámica, en EE:

$$s\tilde{k}^{\alpha} h^{1-\alpha} = \left(n+\delta+g\right)\tilde{k}$$

Y la solución EE será:

$$\tilde{k}^{*} = \left[\frac{s}{n+\delta+g}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} h$$

$$\tilde{y}^{*} = \left[\frac{s}{n+\delta+g}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h$$

Renta per cápita (y)

$$y_t \equiv \tilde{y} A_t \qquad y_t = \left[\frac{s}{n+\delta+g}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h A_t \qquad y_t = \left[\frac{s}{n+\delta+g}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} e^{\psi u} A_t$$

Salario Real

$$Y = K^{\alpha}\left(AhN\right)^{1-\alpha}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial N} = \left(1-\alpha\right) K^{\alpha}\left(Ah\right)^{1-\alpha} N^{-\alpha} = \left(1-\alpha\right)\left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha} A A^{-\alpha} h^{1-\alpha}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial N} = \left(1-\alpha\right) A k^{\alpha} h^{1-\alpha} = \omega$$

Donde $k \equiv \dfrac{K}{AN} \qquad h \equiv e^{\psi u}$

$$\omega = (1-\alpha)\, A k^{\alpha} e^{\psi u(1-\alpha)}$$

TIEMPO DISCRETO

La restricción de ahorro es:

$$sY_t = K_{t+1} - K_t + \delta K_t$$

Y la ecuación dinámica en unidades de trabajo efectivo:

$$\tilde{k}_{t+1} = \frac{s\tilde{k}_t^{\alpha} h_t^{1-\alpha} + (1-\delta)k_t}{(1+n)(1+g)}$$

En el Estado Estacionario:

$$\tilde{k}^* = \left[\frac{s}{(1+n)(1+g) - (1-\delta)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} h^*$$

$$\tilde{y}^* = \left[\frac{s}{(1+n)(1+g) - (1-\delta)}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h^*$$

Y la renta per cápita:

$$y_t \equiv \tilde{y} A_t \qquad\qquad y_t = \left[\frac{s}{(1+n)(1+g)-(1-\delta)} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} e^{\psi u} A_t$$

DINAMICA COMPARATIVA

Analizar la dinámica que se genera partiendo de un EE inicial:

a) Ante un aumento en **<u>s</u>**
b) Ante un aumento en **<u>u</u>**

En ambos casos $\uparrow s, \uparrow u \rightarrow \dot{\tilde{k}} > 0 \rightarrow \dot{\tilde{y}} > 0$ (ver ecuación dinámica)

CONTABILIDAD DE CRECIMIENTO

Supongamos la función de producción:

$$Y_t = Z_t K_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha} \qquad\qquad H_t = N_t e^{\psi u_t}$$

Dividiendo por N, tendremos la expresión del PIB por trabajador:

$$y_t = Z_t \, k_t^{\alpha} \left(e^{\psi u_t} \right)^{1-\alpha}, \quad \text{donde} \quad y = \frac{Y}{N}; \quad k = \frac{K}{N}$$

Tomando logs y derivando respecto al tiempo se puede descomponer el crecimiento del producto por trabajador en aumento en el capital por trabajador, la educación y el crecimiento de la PTF.

El aumento del PIB por trabajador entre el año 0 y el año T se puede descomponer en:

$$\frac{1}{T}\left(\ln y_T - \ln y_0\right)\times 100 = \alpha\frac{1}{T}\left(\ln k_T - \ln k_0\right)\times 100 + \left(1-\alpha\right)\frac{1}{T}\psi\left(u_T - u_0\right) + \frac{\Delta PTF(T-0)}{PTF_0}$$

EL MODELO DE SOLOW CON CAPITAL HUMANO Y LOS DATOS DEL CRECIMIENTO

El producto por trabajador puede ser 15 o 20 veces mayor en un grupo de países que en otros. Las diferencias en tasas de ahorro entre países ricos y pobres no son mayores que 3 veces y las diferencias en años de educación no son más de 8 años. También hay apreciables diferencias en el crecimiento de la población (por ejemplo, 3% en los países pobres y 0,5% en los ricos). ¿Pero cuánta diferencia en el producto por trabajador es explicada por esas diferencias en ***s, u*** y en ***n*** si no hubiera diferencias en ***A***?

Suponiendo que se cumple la expresión de $\boldsymbol{y_{ct}}$ en EE para los dos grupos de países (ricos, R, y pobres, P) tomando logaritmos y bajo el supuesto de que **α, δ** y ***g***, y también ***A***, son iguales para los dos grupos se obtiene:

$$\ln\frac{y_R}{y_P} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left[\ln\frac{s_R}{s_P} - \ln\frac{\left(n_R+\delta+g\right)}{\left(n_P+\delta+g\right)}\right] + \psi\left(u_R - u_P\right)$$

Si suponemos que $\alpha = \frac{1}{3}$; $\delta = 0.07$; $g = 0.015$; $\psi = 0.12$, las diferencias en ***s, u*** y en ***n*** indicadas más arriba explican un múltiplo de **5,1**. Muy lejos del múltiplo de 15 o 20 que se da en la realidad. La mayor parte lo explicarían las diferencias en ***A***.

Podríamos reconocer que existen diferencias en la calidad educativa de los dos países (sobre ello hablaremos más adelante en el curso). Y podríamos suponer que esas diferencias implicaran diferentes ψ, la elasticidad del nivel del capital humano al número de años de educación[1].

$$\ln \frac{y_R}{y_P} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left[\ln \frac{s_R}{s_P} - \ln \frac{(n_R+\delta+g)}{(n_P+\delta+g)} \right] + \psi_R u_R - \psi_P u_P$$

Si con los mismos datos anteriores suponemos ahora que el ψ de los países ricos es 0,20 y el de los países pobres 0,12, todas esas diferencias (en tasa de ahorro, tasa de crecimiento de la población, años de educación y productividad del sistema educativo) explican **7,3 veces** de diferencia en renta per cápita, aún lejos de la realidad.

Por otra parte, las causas de las diferencias en la calidad educativa pueden ser de la misma naturaleza de las causa en las diferencias en **A**. Volveremos más adelante sobre ello.

[1] Aunque por otro lado, existe evidencia de que la productividad marginal de años de educación es decreciente: se incrementa más el capital humano de pasar de 1 año de educación a 3 que de 7 a 9.